



Unidad 7.7: Probabilidad
Matemáticas
5 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados deseados)

Resumen de la Unidad:

En esta unidad, el estudiante identifica eventos para un espacio muestral, determina el espacio muestral para un experimento usando tablas, listas y diagrama de tallos y hojas, y determina la probabilidad de un evento. También encuentra el complemento y aplica la regla de la suma de probabilidades en eventos que son (o no son) mutuamente excluyentes.

Preguntas Esenciales (PE) y Comprensión Duradera (CD)

PE1 ¿En qué manera la probabilidad es útil en la vida diaria?

CD1 Determinar que la probabilidad nos ayuda a predecir la posibilidad de eventos futuros.

PE2 ¿Cuándo es útil conocer el complemento de una probabilidad?

CD2 En algunos casos, el complemento de la probabilidad de un evento es más útil que la probabilidad.

PE3 ¿Cómo se puede determinar si dos eventos son mutuamente excluyentes?

CD3 Hay eventos que son mutuamente excluyentes.

Objetivos de Transferencia (T) y Adquisición (A)

T1. Al final de esta unidad, el estudiante podrá representar y analizar eventos de la vida diaria utilizando un modelo de probabilidad.

El estudiante adquiere destrezas para...

A1. Investiga los procesos de probabilidad.

A2. Desarrolla y usa los modelos de probabilidad.

A3. Comprende el concepto de eventos compuestos.

A4. Diseña y usa simulaciones para generar frecuencias de eventos compuestos.

Los Estándares de Puerto Rico (PRCS)

Estándar de Análisis de Datos y Probabilidad

7.E.16.1

Aproxima la probabilidad de un evento aleatorio al recolectar datos al azar sobre el proceso que dan origen al evento y predice su frecuencia relativa con el tiempo; predice la frecuencia relativa aproximada, dada la probabilidad (Ejemplo: Predecir que al lanzar un cubo numérico 600 veces, pueda que el cubo resulta en 3 o en 6 unas 200 veces, pero no exactamente 200 veces).

7.E.16.2

Desarrolla un modelo de probabilidad y lo utilizan para hallar la probabilidad de eventos. Compara las probabilidades de un modelo con las frecuencias observadas. Si no concuerdan bien,



Unidad 7.7: Probabilidad
Matemáticas
5 semanas de instrucción

	explica las posibles fuentes de discrepancia.
7.E.16.3	Desarrolla un modelo uniforme de probabilidad, asignándole la misma probabilidad a todos los resultados posibles y usa el modelo para determinar la probabilidad de otros eventos. (Ejemplo: Si se selecciona a un estudiante al azar en una clase, hallar la probabilidad de que María sea la estudiante seleccionada y la probabilidad de que la estudiante seleccionada sea una niña.)
7.E.16.4	Desarrolla un modelo de probabilidad (que no tiene que ser uniforme) al observar las frecuencias de datos generados por un proceso al azar. (Ejemplo: Hallar la probabilidad aproximada de que al hacer girar una moneda de un centavo, la moneda resulte cara o de que un vaso de cartón lanzado al aire resulte boca abajo. ¿Son igualmente probables los resultados de hacer girar la moneda, con base en las frecuencias observadas?)
7.E.16.5	Conoce que, al igual que con eventos simples, la probabilidad de un evento compuesto es la fracción de resultados del espacio muestral en el cual ocurre el evento.
7.E.16.6	Representa espacios muestrales de eventos compuestos al usar métodos como listas organizadas, tablas y diagramas de árbol. En un evento descrito en lenguaje corriente (Ejemplo: “Sacar un par de seis”), identifica los resultados para el espacio muestral que compone el evento.
7.E.16.7	Diseña y utiliza una simulación para generar frecuencias de eventos compuestos. (Ejemplo: Usar dígitos aleatorios como herramienta de simulación para aproximar la respuesta a la pregunta: Si 40% de los donantes tienen sangre Tipo A, ¿cuál es la probabilidad de que sea necesario examinar por lo menos a 4 donantes para que uno sea de Tipo A?)
Procesos y Competencias Fundamentales de Matemáticas (PM)	
PM1	Comprende problemas a medida que desarrolla su capacidad para resolverlos con confianza.
PM2	Razona de manera concreta, semiconcreta, hasta alcanzar la abstracción cuantitativa.
PM3	Construye y defiende argumentos viables, así como comprende y critica los argumentos y el razonamiento de otros.
PM4	Utiliza las matemáticas para resolver problemas cotidianos de la vida diaria.
PM5	Utiliza las herramientas apropiadas y necesarias (incluyendo la tecnología) para resolver problemas en diferentes contextos.
PM6	Es preciso en su propio razonamiento y en discusiones con otros.
PM7	Discierne y usa patrones o estructuras.
PM8	Identifica y expresa regularidad en los razonamientos repetidos.



Unidad 7.7: Probabilidad

Matemáticas

5 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido <i>(El estudiante comprenderá...)</i>	Donimio y destrezas <i>(El estudiante podrá...)</i>	Tarea de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
<p>PRCS: 7.E.16.1 7.E.16.2 7.E.16.3 7.E.16.4 7.E.16.5 7.E.16.6 7.E.16.7</p> <p>PM: PM1 PM2 PM3 PM4 PM5 PM6 PM7 PM8</p> <p>PE/CD: PE1/CD1 PE2/CD2 PE3/CD3</p> <p>T/A: A1/A2/A3</p>	<ul style="list-style-type: none"> Como aproximar la probabilidad de un evento aleatorio recolectando datos al azar sobre el proceso que dan origen al evento. Como predecir una frecuencia relativa aproximada, dada la probabilidad. Que un modelo de probabilidad se usa para hallar la probabilidad de eventos. Si un modelo no concuerda con las frecuencias observadas hay posibilidad de discrepancias. Que al igual que con eventos simples, la probabilidad de un evento compuesto es 	<p>Probabilidad Inferencia y Predicción</p> <ul style="list-style-type: none"> Investigar los procesos de probabilidad. Determinar la probabilidad de un evento Determinar el complemento de la probabilidad de un evento. Aplicar las reglas de la suma de probabilidades para eventos que son o no mutuamente exclusivos. Usar los modelos de probabilidad para determinar la probabilidad de eventos dependientes e independientes. Desarrollar el concepto de eventos compuestos. Usar listas, tablas y diagramas de árbol para 	<p><i>Para obtener descripciones completas, favor de ver la sección 'Tareas de desempeño' al final de este mapa.</i></p> <p>El dilema de la porción doble (en parejas)</p> <ul style="list-style-type: none"> En esta tarea los estudiantes determinan la cantidad total de conos de helado dobles que se pueden hacer con 40 sabores. (ver abajo) <p>Creemos una situación (grupos pequeños)</p> <ul style="list-style-type: none"> Los estudiantes escriben 10 preguntas sobre el contenido cubierto en esta unidad y hacen una clave con las 	<p>Preguntas de ejemplo para tarea o prueba corta</p> <ul style="list-style-type: none"> Una bolsa contiene 8 manzanas, 10 chinas y 4 mangos. Encuentre la probabilidad de sacar una manzana o una china. Una bolsa contiene 5 medias negras, 10 blancas y 15 marrones. ¿Cuál es la probabilidad de sacar una negra o una blanca? <p>Diario de matemáticas (preguntas de ejemplo)</p> <ul style="list-style-type: none"> Explica en tus propias palabras la relación entre una probabilidad y su complemento. José determinó que la probabilidad de un evento que iba suceder era 7. Explícale a José por qué esta respuesta es incorrecta. Provee un ejemplo de dos eventos mutuamente excluyentes. <p>Papelito de entrada (ejemplos rápidos) Use la información para orientar la clase del día.</p> <ul style="list-style-type: none"> Explica una idea que recuerdes de la clase anterior. Nombra una idea que no comprendiste de la tarea para hoy. Explica que fue difícil (o fácil) de la tarea asignada para hoy. 	<p><i>Para obtener descripciones completas, ver las secciones "Actividades de aprendizaje" y "Ejemplos para planes de la lección" al final de este mapa.</i></p> <p>Juegos de atributos y diagramas de Venn</p> <ul style="list-style-type: none"> Antes de usar diagramas de Venn para determinar la relación entre los eventos, es importante estar seguro de que los estudiantes entienden como los diagramas de Venn funcionan. Practique juegos de "atributos" con sus estudiantes para enseñarles diagramas de Venn. Luego usa los diagramas Venn para identificar el modelo de probabilidad necesario. (ver anejo: "7.7 Actividad de aprendizaje – Juegos de atributos y diagramas de Venn") <p>Descubriendo probabilidades</p> <ul style="list-style-type: none"> Inste a los estudiantes a anotar las probabilidades de distintas combinaciones de dados para un dado con los números 1, 2 y 3. Entonces haga que tiren el dado para ver si pueden evidenciar la probabilidad de esos resultados.



Unidad 7.7: Probabilidad
Matemáticas
5 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido (El estudiante comprenderá...)	Donimio y destrezas (El estudiante podrá...)	Tarea de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
	<p>la fracción de resultados del espacio muestral en el cual ocurre el evento.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Como usar el espacio muestral de eventos compuestos usando métodos como listas organizadas, tablas y diagramas de árbol. • Como usar una simulación para generar frecuencias de eventos compuestos. 	<p>representar los resultados posibles en un espacio muestral</p> <ul style="list-style-type: none"> • Estimar las probabilidades cuando los valores teóricos son difíciles o imposibles de calcular usando simulaciones. • Experimentar una simulación identificando los componentes y supuestos en un problema, seleccionando un instrumento para generar los resultados. • Usar los resultados de una simulación para determinar si estos convergen a medida que aumenta el número de intentos • Usar simulación para generar frecuencias de eventos compuestos. 	<p>contestaciones. (ver abajo)</p>	<p><i>Papelito de salida (ejemplos rápidos)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • En la clase de hoy aprendí _____. • Hoy estuve confundido con _____. 	<p><i>Lluvia de ideas</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Haga que los estudiantes utilicen la técnica de “lluvia de ideas” para crear una lista de ocasiones de la vida real en las que conocer probabilidades sería útil. Pueden compartir sus ejemplos en clase según se les crucen en su camino en el diario vivir. Durante la unidad los estudiantes deben identificar el método que se utilizaría para calcular la probabilidad de cada uno de los eventos que crearon en la lluvia de ideas y de ser posible deben calcular la probabilidad de los eventos. <p><i>El principio fundamental de contar</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Los estudiantes en grupos crean problemas para practicar el principio fundamental de contar. (ver abajo) <p><i>Ejemplo 1 para planes de la lección:</i> <i>Complemento de un evento</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • En esta lección los estudiantes simulan un juego y predicen los resultados. El seguimiento implica complementos. (ver anejo: “7.7 Lección de práctica – Complemento de un evento”)



Unidad 7.7: Probabilidad
Matemáticas
5 semanas de instrucción

ETAPA 1 – (Resultados esperados)			ETAPA 2 (Evidencia de avalúo)		ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)
Alineación de la Unidad	Enfoque de Contenido <i>(El estudiante comprenderá...)</i>	Donimio y destrezas <i>(El estudiante podrá...)</i>	Tarea de desempeño	Otra evidencia	Actividades de aprendizaje sugeridas y Ejemplos para planes de la lección
		<ul style="list-style-type: none"> . . . 			<p><i>Ejemplo 2 para planes de la lección: Eventos mutuamente excluyentes</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • En esta lección los estudiantes aprenden acerca de los eventos mutuamente exclusivos Necesitará un dado para tirarlo durante la demostración y puede tener unas cartas. (ver anejo: “7.7 Lección de práctica – Eventos mutuamente excluyentes”) <p><i>Ejemplo 3 para planes de la lección: El problema de concurso</i></p> <ul style="list-style-type: none"> • Esta lección se trata de complementos y tiene una hoja de 5 preguntas de evaluación. El maestro necesitará una ruleta de 4 colores y un dado. (ver anejo: “7.7 Lección de práctica – El problema del concurso”)
Vocabulario de Contenido					
<ul style="list-style-type: none"> • Probabilidad • Ocasión • Evento • Frecuencia • Resultado • Modelo de probabilidad • Probabilidad teórica • Probabilidad experimental • Igual probabilidad • Eventos simples • Probabilidad simple • Eventos compuestos • Probabilidad compuesta 	<ul style="list-style-type: none"> • Espacio muestral • De prueba • Simulación • Tabla de contingencia • Diagrama de árbol • Diagrama de Venn • Evento dependiente • Evento independiente • Suma de probabilidad • Probabilidad condicional • Mutuamente excluyente • Complemento 				



**Unidad 7.7: Probabilidad
Matemáticas
5 semanas de instrucción**

ETAPA 3 (Plan de aprendizaje)

Conexiones a la literatura sugeridas

- **Rheinart y Winston Holt**
 - *Representar Números: Análisis de Datos y Probabilidad*
- **Rheinart y Winston Holt**
 - *Arriesgate: Análisis de Datos y Probabilidad*
- **Rheinart y Winston Holt**
 - *Comprender los Datos, Analisis de Datos, y Probabilidad*
- **B. Elmer Mode**
 - *Elementos de Probabilidad y Estadística*
- **William Mendenhall**
 - *Introducción a la Probabilidad y Estadística*

Recursos adicionales

- <http://figurethis.org/espanol.htm>
- <http://nlvm.usu.edu/es/nav/vlibrary.html>
- <http://www.eduteka.org/MI/master/interactivate/>



Unidad 7.7: Probabilidad Matemáticas 5 semanas de instrucción

Tareas de desempeño

Nota: Utilice los documentos: 1) estrategias de educación diferenciada para estudiantes del Programa de Educación Especial o Rehabilitación Vocacional y 2) estrategias de educación diferenciada para estudiantes del Programa de Limitaciones Lingüísticas en Español e inmigrantes (Titulo III) para adaptar las actividades, tareas de desempeño y otras evidencias para los estudiantes de estos subgrupos.

El dilema de la porción doble (en parejas)

- En esta tarea los estudiantes determinan la cantidad total de conos de helado dobles que se pueden hacer con 40 sabores. Una vez que los estudiantes han completado la tarea, haga las siguientes preguntas:
- ¿Cuáles son tus combinaciones favoritas? Puedes escoger más de una.
- ¿Cuál es la probabilidad de que te toque una de tus combinaciones favoritas si escoges al azar?
- ¿Cuál es la probabilidad de que no te toque una de tus favoritas si escoges al azar?
- Cada estudiante escribirá entonces una carta al gerente de la heladería diciéndole lo que tu compañero(a) y tú descubrieron acerca de la cantidad de conos de helado dobles que se pueden hacer, incluye tu trabajo. Entonces cuéntale acerca de tus combinaciones favoritas. Asegúrate de usar lenguaje de probabilidades.
- El maestro debe evaluar el uso correcto de la terminología, el uso correcto del espacio muestral y la determinación correcta de la probabilidad. (ver anejo: “7.7 Tarea de desempeño – El dilema de la porción doble”)

Creemos una situación (grupos pequeños)

- Inste a los estudiantes a crear su propia prueba de probabilidades. Deben escribir 10 preguntas acerca del contenido cubierto en esta unidad de probabilidades y hacer una clave con las contestaciones.
- Debe haber al menos:
- 1 pregunta de eventos mutuamente excluyentes
- 1 pregunta de complementos
- 1 pregunta donde un estudiante tenga que encontrar la probabilidad usando un espacio muestral
- 1 pregunta acerca de la Regla de la Suma de Probabilidades
- 6 de su predilección
- Se evaluará a los estudiantes de acuerdo a la corrección de las respuestas de la clave de contestaciones y de la corrección de las respuestas a las preguntas. El maestro puede seleccionar preguntas que hayan generado los estudiantes para incluirlas en el examen de unidad.



Unidad 7.7: Probabilidad
Matemáticas
5 semanas de instrucción

Actividades de aprendizaje sugeridas

El principio fundamental de contar

- Divide la clase en subgrupos de cuatro estudiantes. Pide a los alumnos que asignen cargos a cada uno de los miembros del grupo: P = presidencia, S = secretaría, F = fiscalía, T = tesorería. Cuando ya hayan hecho la asignación de cargos, les pide que den otra nueva asignación. Después de que todos los grupos ya hicieron la asignación les pide que hagan todas las posibles asignaciones, es decir que escriban todas las posibles formas de asignar los cargos. Una vez que todos los grupos consideren que finalizaron el trabajo se hace una comparación del número de resultados que todos los grupos hicieron.
- Explica el Principio Fundamental de Contar a los alumnos. Luego pon cada grupo a crear un problema de “total de maneras en las cual se puede combinar algo” Da les unos ejemplos a los estudiantes de estos tipos de problemas como ingredientes de la pizza, tipos de carros en un parqueadero, combinaciones de comida. Cada grupo tiene que:
 - A. Crear una situación
 - B. Contar el número de posible resultados utilizando el principio de contar
 - C. Escriba una pregunta de probabilidad
 - D. Escriba una respuesta a la pregunta
- Después los grupos deben intercambiar sus problemas y cada grupo debe resolver un problema creado por otro grupo.

(Fuente: <http://www.graniteschools.org/depart/teachinglearning/curriculuminstruction/math/secondarymathematics/PreAlgebra%20Lessons/37NewPreAlgLessonHApril4Probability.pdf>)